Príklady

(2019)

$\boxed{1}$ Na prednáške sme ukazovali, že neexistuje deterministický algoritmus na problém dohody medzi dvoma procesormi v modeli so stratou správ (v skratke: máme dva procesy so známymi identifikátormi pracujúce v synchrónnom režime, každý z nich má vstupnú hodnotu 0/1; cieľom je napísať protokol, v ktorom po fixnom počte krokov sa oba procesy vždy rozhodnú na tú istú hodnotu, pričom ak majú na začiatku oba 0, musia sa dohodnúť na 0 a ak majú na začiatku oba 1 a žiadna správa sa nestratí, musia sa dohodnúť na 1). Modifikujme model tak, že správy sa síce môžu strácať ľubovoľne, ale v žiadnom kole sa nestratia všetky poslané správy. Dá sa problém dohody pre dva procesory deterministicky riešiť v takto modifikovanom modeli?

$\boxed{2}$ Graf G s n vrcholmi nazveme *takmer úplný*, ak vznikne z úplného grafu K_n odobratím nanajvýš 42 hrán. Popíšte, ako by pracoval asymptoticky optimálny algoritmus na voľbu šéfa v takmer úplných grafoch (v základnom modeli, t.j. asynchrónne, bez zmyslu pre orientáciu, s identifikátormi, . . .) a zdôvodnite jeho optimalitu.

$\boxed{3}$ Navrhnite asynchrónny algoritmus pre voľbu šéfa na d-rozmernej hyperkocke, ktorý pracuje s počtom správ $O(n)$, kde $n = 2^d$. Prepokladajte, že hyperkocka má zmysel pre orientáciu.

$\boxed{4}$ Uvažujme model byzantínskych chýb z prednášky: procesy majú identifikátory, komunikujú v synchrónnom režime, môžu posielať správy každý každému a poznajú identifikátory susedov (t.j. proces vie, že správa, ktorá mu prišla je od procesu s identifikátorom x). Na začiatku sú zobudené všetky procesy. V systéme môže byť f chybných procesov, ktorých správanie nie je nijak obmedzené (môžu posielať úplne hociaké správy). Proces s minimálnym identifikátorom (všetci vedia, ktorý to je, lebo poznajú všetky identifikátory) je "generál", ktorý má vstupnú hodnotu $x \in \{0, 1\}$. Chceme riešiť nasledovný problém: V konečnom čase každý dobrý proces v skončí s hodnotou $x_v \in \{0, 1\}$, pričom všetky dobré procesy skončia s rovnakou hodnotou a ak je generál dobrý, je $x_v = x$ pre každý dobrý proces v, t.j. všetci "poslúchnu" generála. (Ak je generál chybný, dobrí sa môžu dohodnúť hociako, ale musia povedať všetci to isté). Zdôvodnite, aké veľké môže byť f (v závislosti od n), aby úloha bola riešiteľná? Navrhnite algoritmus pre prípustné hodnoty f.

$\boxed{5}$ Uvažujme $n > 2$ procesov spojených obojsmernými linkami do kruhu. Procesy štartujú naraz, pričom na začiatku má každý proces i vstupnú hodnotu $x_i \in \{0, 1\}$. Procesy nemajú identifikátory. Cieľom je zistiť (tak, že každý proces v konečnom čase zastane s odpoveďou `0` alebo `1`), či je v kruhu aspoň 42 procesov so vstupnou hodnotou 1.

Uvažujme dva prípady:

- procesy poznajú n a pracujú asynchrónne
- procesy nepoznajú n a pracujú synchrónne

Analyzujte riešiteľnosť úlohy v oboch prípadoch (t.j. ak je úloha riešiteľná, popíšte algoritmus; ak nie je riešiteľná, dokážte).

$\boxed{6}$ Nájdite čo najlepší horný odhad počtu krokov potrebných na routovanie permutácie pomocou greedy "farthest-to-go" algoritmu na stromoch.

Sieť má topológiu ľubovoľného stromu, t.j. medzi každými dvoma vrcholmi existuje práve jedna cesta. Na začiatku má každý uzol jeden paket a každý uzol je cieľom jedného paketu. Algoritmus je rovnaký ako bol na prednáške: začína sa naraz a postupuje sa v synchrónnych krokoch, pričom pakety sa presúvajú po najkratších (jediných) cestách a spomedzi paketov čakajúcich na jednej linke sa v každom kroku vyberie ten, ktorého cieľ je najvzdialenejší.

Horný odhad $O(f(n))$ znamená, že pre ľubovoľný strom s n vrcholmi a ľubovoľné rozloženie cieľov paketov algoritmus skončí po najviac $O(f(n))$ krokoch.

$\boxed{7}$ Dá sa riešiť problém voľby šéfa v silno súvislých orientovaný grafoch? Orientované grafy sú také, že správa môže ísť po linke iba jedným smerom. Orientovaný graf je silno súvislý, ak existuje orientovaná cesta medzi každými dvoma vrcholmi.
